

MÔ PHÒNG BIẾN TỬ SIÊU ÂM BILAMINAR KÉP BẰNG PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ HỮU HẠN VÀ PHƯƠNG PHÁP PHẦN TỬ BIÊN

Lê Phước Định*, Lê Thị Ngọc Bảo, Lê Thị Diệu Hiền

¹ Khoa Điện, Điện tử và Công nghệ Vật liệu, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế

*Email: lpdinh@husc.edu.vn

Ngày nhận bài: 8/5/2025; ngày hoàn thành phản biện: 27/5/2025; ngày duyệt đăng: 01/10/2025

TÓM TẮT

Trong bài báo này chúng tôi xây dựng mô hình 3 chiều để nghiên cứu các tính chất của biến tử áp điện bilaminar kép bằng cách kết hợp phương pháp phần tử hữu hạn và phương pháp phần tử biên. Phương pháp phần tử hữu hạn được sử dụng để mô phỏng các đặc trưng dao động của biến tử và phương pháp phần tử biên được sử dụng để mô phỏng sự lan truyền của sóng âm sinh ra bởi biến tử vào môi trường chất lỏng bao quanh. Chúng tôi đã xác định được các trường áp suất âm trong miền gần và miền xa cũng như trường dịch chuyển của các biến tử áp điện có tính đến tương tác âm học. Mô hình này là một công cụ rất hữu ích để tối ưu hóa thiết kế của các mảng biến tử được sử dụng trong các ứng dụng sonar.

Từ khóa: Mảng các biến tử siêu âm, Phần tử hữu hạn, Phần tử biên.

1. MỞ ĐẦU

Mảng các biến tử siêu âm được sử dụng rộng rãi trong các ứng dụng hình ảnh, chẳng hạn như chẩn đoán y tế, đánh giá không phá hủy và sonar. Thiết kế các mảng biến tử tốt hơn là vấn đề quan trọng để cải thiện chất lượng hình ảnh siêu âm. Nhiều vấn đề trong thiết kế mảng biến tử – chẳng hạn như liên kết chéo giữa các phần tử [1,2], hiệu ứng phân chia [3], hiệu ứng chắn [3] – không thể được nghiên cứu chính xác bằng các phương pháp giải tích – như mô hình Mason một chiều [4] hoặc mô hình đường truyền của Krimholtz và cộng sự [5] – do sự phức tạp của bài toán biên điện cơ. Do đó, các phương pháp số là cần thiết để thu thập thông tin chi tiết hơn về các hiện tượng này và tối ưu hóa thiết kế của các mảng biến tử.

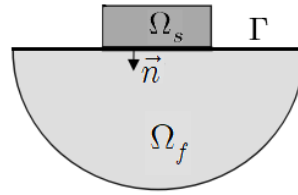
Trong bài báo này, chúng tôi trình bày một mô hình số cho phép phân tích đặc tính dao động của của biến tử áp điện bilaminar kép được gắn trên một vách ngăn cứng và bức xạ vào nước (phương pháp 3D). Mô hình số dựa trên ứng dụng kết hợp của phần

tử hữu hạn và phần tử biên. Quy trình này về cơ bản bao gồm tính toán bằng phương pháp phần tử hữu hạn (FEM) sự phân bố các dịch chuyển của biến từ, còn hiệu ứng của tải trọng chất lỏng thu được bằng phương pháp phần tử biên (BEM) và xác định trường bức xạ tương ứng. Khi đó, trường áp suất âm trong miền gần và miền xa của biến từ cũng như các mẫu hướng của chúng được tính toán. Một trong những ưu điểm của phương pháp này là biểu diễn tích phân không có các tần số kì dị.

2. MÔ HÌNH LÝ THUYẾT

Việc nghiên cứu các đặc tính dao động của các biến từ siêu âm chủ yếu dựa trên FEM và các đặc tính của trường bức xạ siêu âm được xác định bởi BEM. Ảnh hưởng của chất lỏng xung quanh được tính đến bằng cách tính toán trở kháng tải của BEM.

Xét một cấu trúc dao động áp điện Ω_s bức xạ vào môi trường chất lỏng bán vô hạn Ω_f (hình 1). Mặt phân cách giữa Ω_s và Ω_f là Γ và $\vec{n}$ là vector đơn vị pháp tuyến ngoài của Ω_s . Các đặc tính của hệ được xác định bởi FEM trong miền Ω_s và bởi BEM trong miền Ω_f bằng cách sử dụng phần mềm COMSOL MultiPhysics [10].



Hình 1. Miền tính toán trong mô phỏng.

2.1. Phương pháp phần tử hữu hạn (FEM)

Đối với một hệ dao động, hệ phương trình phần tử hữu hạn có dạng [6]

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ -q \end{bmatrix} \quad (1)$$

ở đây U, Φ, q và F lần lượt là các vector chứa các giá trị nút của dịch chuyển cơ học, điện thế, điện tích và ngoại lực tác dụng lên hệ. $[K_{uu}]$, $[M]$, $[K_{u\Phi}]$ và $[K_{\Phi\Phi}]$ lần lượt là các ma trận độ cứng, khối lượng, áp điện và điện môi của cấu trúc và ω là tần số dao động. Ngoại lực F liên hệ với áp suất P trên biên Γ bởi hệ thức:

$$F = -[L]P \quad (2)$$

ở đây $[L]$ là ma trận kết nối biểu diễn sự liên kết giữa cấu trúc và chất lỏng trên biên Γ và P là vector chứa các giá trị nút của trường áp suất trên Γ .

Trên các bản áp điện, một mặt được nối với một điện cực có điện thế Φ_0 tương ứng với điện tích Q_0 , mặt còn lại nối với điện cực điện thế Φ (điện tích bằng không), do đó hệ phương trình (1) trở thành [11]:

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] & [K_{u\Phi}] & [K_{u\Phi_0}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] & [K_{\Phi\Phi_0}] \\ [K_{u\Phi_0}]^T & [K_{\Phi\Phi_0}]^T & [K_{\Phi_0\Phi_0}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \\ \Phi_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L[P] \\ 0 \\ -Q_0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

2.2. Phương pháp phần tử biên (BEM)

Môi trường chất lỏng được mô tả bằng cách sử dụng công thức tích phân Helmholtz có dạng sau [7]:

$$p(\vec{r}) = -2 \int_{\Gamma} g(\vec{r}, \vec{r}') \frac{\partial p(\vec{r}')}{\partial \vec{n}} d\Gamma, \quad \vec{r} \in \Omega_f \cup \Gamma \quad (4)$$

ở đây $\vec{r}$ là vector vị trí của điểm trường trong Ω_s hoặc trên Γ , $\vec{r}'$ là điểm lấy tích phân trên Γ , g là hàm Green [7], $\partial / \partial \vec{n}$ chỉ đạo hàm theo hướng pháp tuyến ngoài của Γ . Thực hiện rời rạc hóa phương trình (4) trên biên Γ ta được phương trình ma trận sau:

$$P = [B] \frac{\partial P}{\partial \vec{n}} = \rho_f \omega^2 [B] U_n \quad (5)$$

ở đây ρ_f là mật độ chất lỏng và U_n là các giá trị nút của độ dịch chuyển pháp tuyến trên Γ còn ma trận $[B]$ xuất phát từ việc tính số tích phân của hàm Green được lấy trung bình bằng các hàm nội suy.

2.3. Liên kết FEM-BEM

Liên kết này được sử dụng cho trường hợp các phần tử bậc hai được kết nối bằng các nút trên cả hai mặt phần tử hữu hạn và phần tử biên. Liên kết này nhận được bằng cách kết hợp các phương trình (3) và (5). Đại lượng P được xác định từ phương trình (5) và ma trận $[B]$ được chiếu theo từng hướng và được tập hợp lại trong $[B_P]$ dưới dạng:

$$[B] U_n = [B_P] U_{(\Gamma)} \quad (6)$$

ở đây $U_{(\Gamma)}$ chứa các giá trị của các thành phần của dịch chuyển nút trên Γ . Sau khi kết hợp hai phương trình đầu tiên trong (3) với các phương trình (5) và (6), thay $U_{(\Gamma)}$ vào U ta nhận được hệ phương trình:

$$\begin{bmatrix} [K_{uu}] - \omega^2 [M] + \rho_f \omega^2 [L][B_P] & [K_{u\Phi}] \\ [K_{u\Phi}]^T & [K_{\Phi\Phi}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U \\ \Phi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -[K_{u\Phi_0}] \Phi_0 \\ -[K_{\Phi\Phi_0}] \Phi_0 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Sau khi giải phương trình (7), trở kháng điện Z có thể xác định trực tiếp từ phương trình thứ ba trong (3) theo công thức:

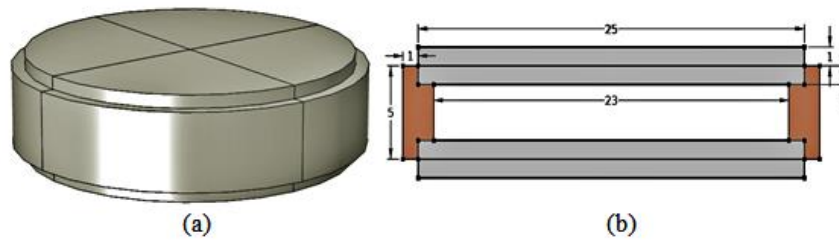
$$Z = \frac{\Phi_0}{i\omega Q_0} = \frac{i\Phi_0}{\omega \left(\left[K_{u\Phi_0} \right]^T U + \left[K_{\Phi\Phi_0} \right]^T \Phi_0 + \left[K_{\Phi\Phi_0} \right] \Phi_0 \right)} \quad (8)$$

Sử dụng các giá trị của $U_{(T)}$ cùng với các phương trình (5) và (6) ta sẽ xác định được áp suất bề mặt. Sau đó, trường áp suất trong Ω_f sẽ được xác định từ phương trình (4).

3. KẾT QUẢ TÍNH TOÁN VÀ THẢO LUẬN

Việc giải số các hệ phương trình nêu trên được thực hiện nhờ phần mềm COMSOL Multiphysics [10]. Đây là một phần mềm dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn để mô phỏng các quá trình khác nhau dựa trên các modul có sẵn, đồng thời có thể kết hợp các mô hình với nhiều module cụ thể với nhau để trở thành mô phỏng đa mô hình. Phương pháp phần tử biên được đưa vào module Acoustics như một giao diện vật lý kể từ phiên bản 5.3a của phần mềm. Nó có thể được kết hợp liền mạch với các giao diện dựa trên phương pháp phần tử hữu hạn để mô hình hóa các vấn đề tương tác âm học-cấu trúc.

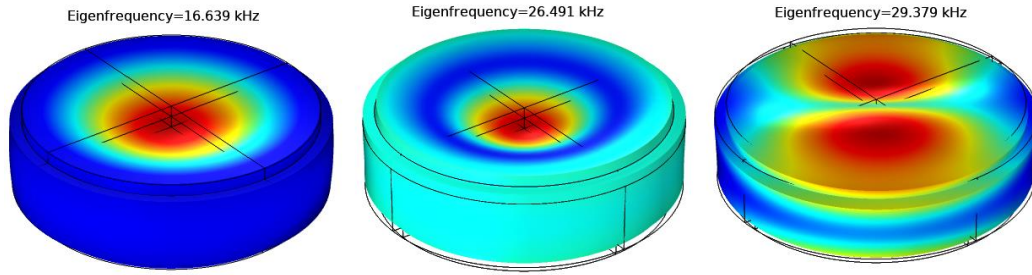
Dưới đây, chúng tôi sẽ sử dụng phần mềm COMSOL Multiphysics để xác định các đặc tính của biến từ áp điện bilaminar kép cũng như màng các biến từ áp điện này. Cấu tạo của biến từ bilaminar kép gồm hai khối áp điện dạng đĩa được gắn vào một vòng đệm tạo thành hình trống bằng keo epoxy (Hình 2). Mỗi khối áp điện gồm 2 bản gốm áp điện liên kết cứng, kiểu song song. Vòng đệm phải ứng suất theo hướng trục và phù hợp theo hướng xuyên tâm để cho phép chuyển động của hai đĩa bilaminar [8]. Không gian trong vòng đệm của thiết kế thường được làm đầy bằng không khí để giải phóng áp lực khi cần thiết. Thiết kế này đã được nghiên cứu bởi Woollett [9].



Hình 2. Hình dạng và kích thước (tính theo mm) của biến từ bilaminar kép.

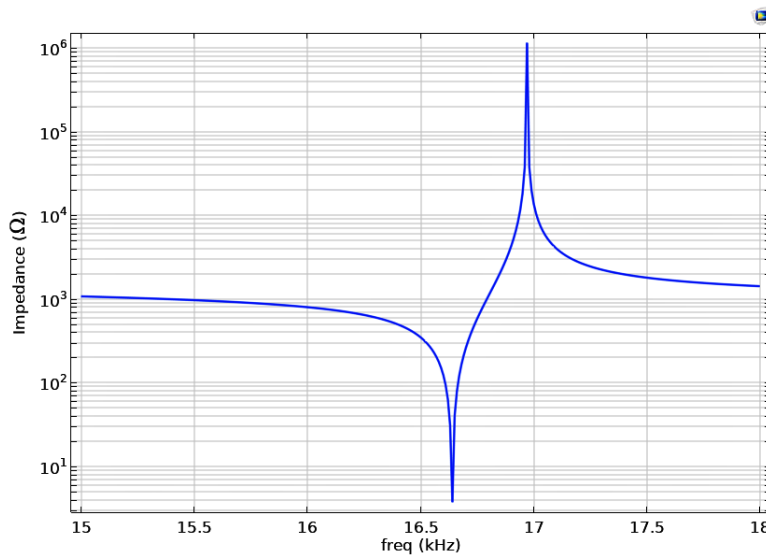
3.1. Xác định các đặc tính cơ, điện của biến từ

Trên hình 3 là một số dạng dao động riêng của biến từ bilaminar kép với các bản gốm áp điện PZT-5H ứng với ba tần số tần số riêng đầu tiên.



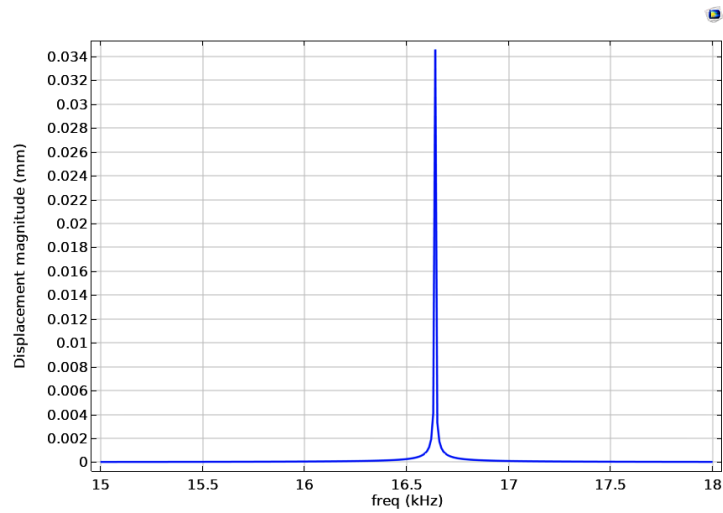
Hình 3. Một số dạng dao động riêng của biến tử bilaminar kép.

Để xác định các đặc trưng cơ, điện của biến tử, ta kích thích biến tử bằng nguồn điện áp xoay chiều với điện áp hiệu dụng 1 V với tần số biến thiên trong dải từ 15 kHz đến 18 kHz. Trên hình 4 là đồ thị biểu diễn sự phụ thuộc của trở kháng (Impedance) của biến tử vào tần số. Từ đồ thị này, ta thấy rằng, trở kháng của biến tử đạt cực tiểu khi tần số của điện áp kích thích đạt giá trị $f_r = 16,64$ kHz tần số này cũng chính là tần số dao động riêng của đầu tiên của biến tử.



Hình 4. Sự phụ thuộc của trở kháng của biến tử vào tần số.

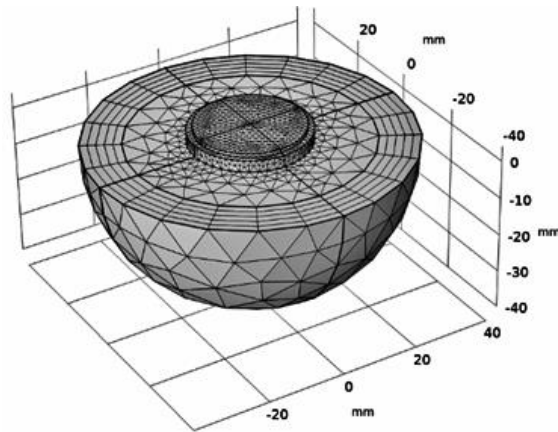
Sự phụ thuộc của độ dịch chuyển ở tâm mặt trước của biến tử vào tần số của điện áp kích thích cho trên hình 5. Từ hình vẽ này ta thấy rằng độ dịch chuyển đạt cực đại tại tần số f_r , kết quả này hoàn toàn phù hợp với đồ thị trở kháng trên hình 4, khi trở kháng đạt cực tiểu thì biên độ dao động đạt cực đại.



Hình 5. Sự phụ thuộc của độ dịch chuyển của mặt trước biến tử vào tần số.

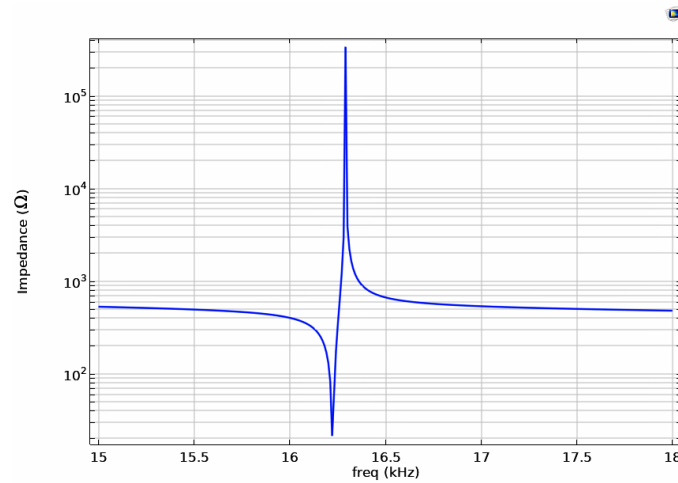
3.2. Khảo sát các đặc tính âm học của biến tử

Mô hình xác định các đặc tính âm học của biến tử cho trên hình 6. Ở đây miền tính toán trường âm do biến tử bức xạ vào môi trường nước có dạng bán cầu với bán kính $R_w = 30$ mm với lớp PML dày 10 mm.



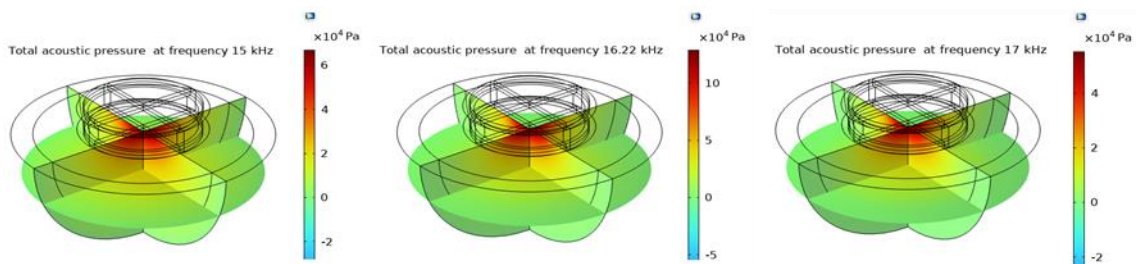
Hình 6. Mô hình biến tử, miền tính toán trường âm và lưới tính toán.

Sự phụ thuộc của trở kháng của biến tử khi chịu tải (bức xạ sóng âm vào môi trường nước) được cho trên hình 7.



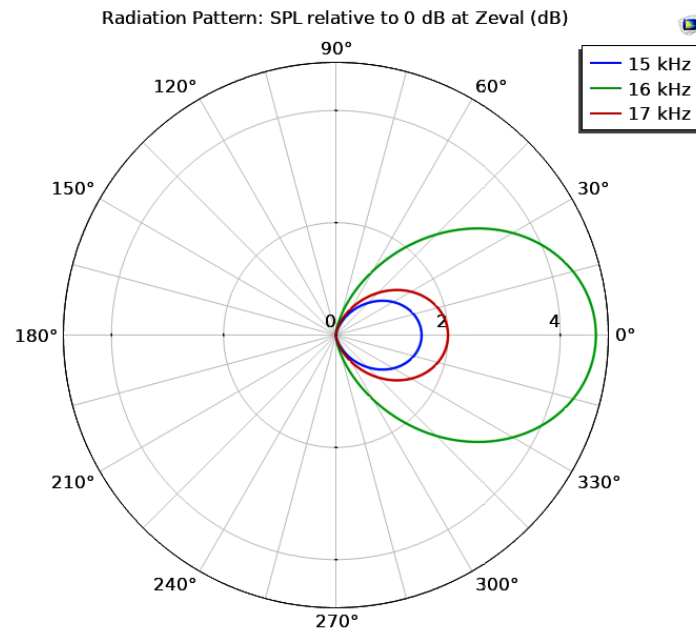
Hình 7. Sự phụ thuộc của trở kháng của biến tử vào tần số khi chịu tải.

Từ đồ thị này ta thấy rằng, khi chịu tải tần số cộng hưởng dịch chuyển về phía tần số thấp $f_r = 16,22\text{kHz}$ và phổ cộng hưởng bị thu hẹp với $\Delta f = f_a - f_r = 70\text{Hz}$.



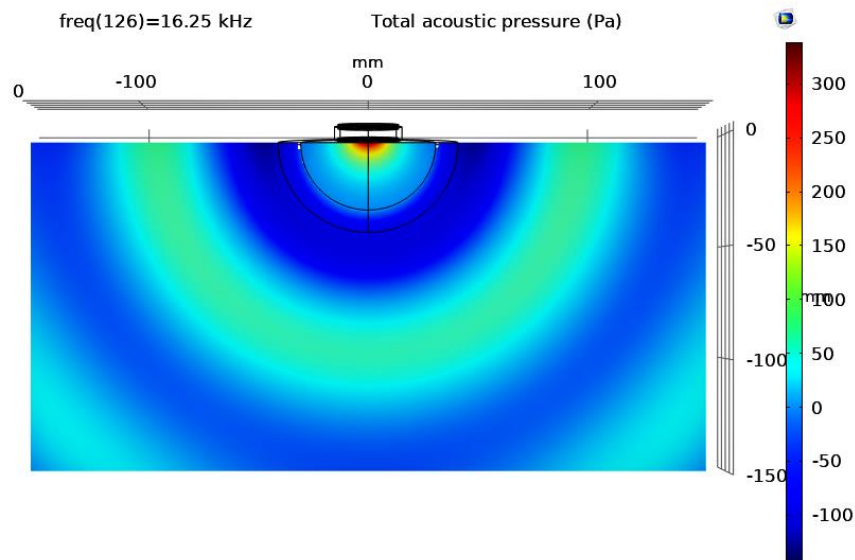
Hình 8. Áp suất âm toàn phần trong miền tính toán ở các tần số khác nhau.

Trường áp suất âm do biến tử tạo ra ở các tần số khác nhau cho trên hình 8. Tính định hướng của trường bức xạ được biểu thị qua đồ thị của mẫu bức xạ của trường áp suất âm ở các tần số khác nhau cho trên hình 9. Từ đồ thị này ta thấy rằng trường áp suất âm có tính đẳng hướng.



Hình 9. Mẫu bức xạ của trường áp suất âm ở các tần số khác nhau

Trường áp suất âm ở miền ngoài lưới tính toán được xác định bằng kỹ thuật tính toán trường xa. Kỹ thuật này cho phép xác định trường áp suất âm ở khoảng cách bất kỳ bên ngoài lưới tính toán trong cả miền trường gần và trường xa. Trên hình 10 là trường áp suất âm toàn phần ở tần số 16,25kHz ở trong và ngoài lưới tính toán được xác định bằng kỹ thuật trường xa.

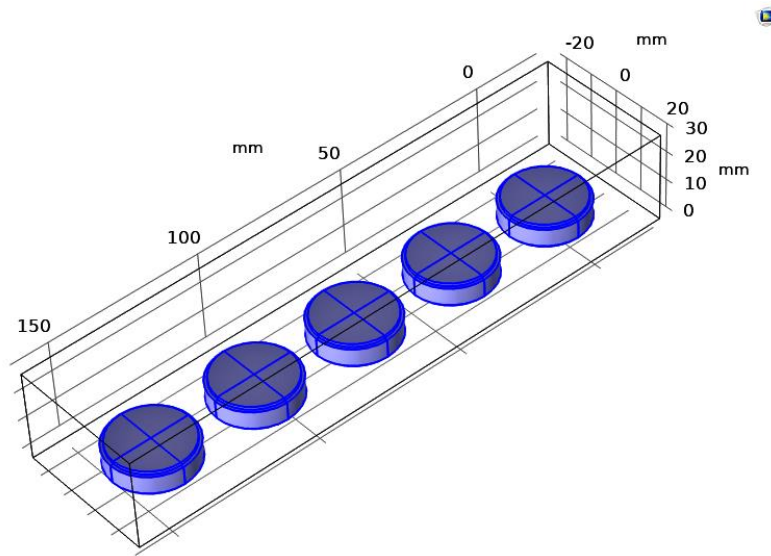


Hình 10. Áp suất âm bên ngoài lưới tính toán xác định bằng kỹ thuật trường xa.

3.3. Khảo sát các đặc tính âm học của mảng các biến tử

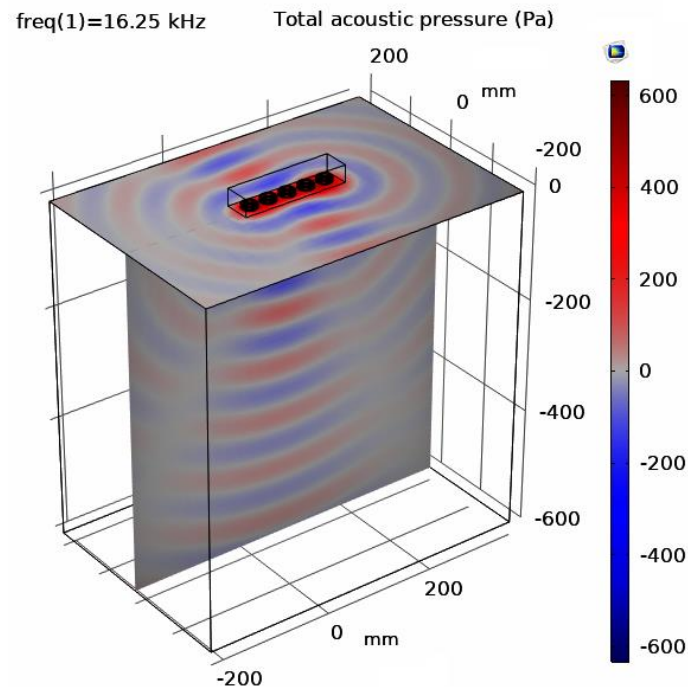
Trong phần này, chúng tôi khảo sát mảng một chiều các biến tử bilaminar kép

gồm 5 biến tử phân bố đều trên một đường thẳng như trên hình 11. Các đặc tính âm học của hệ được xác định bằng BEM.



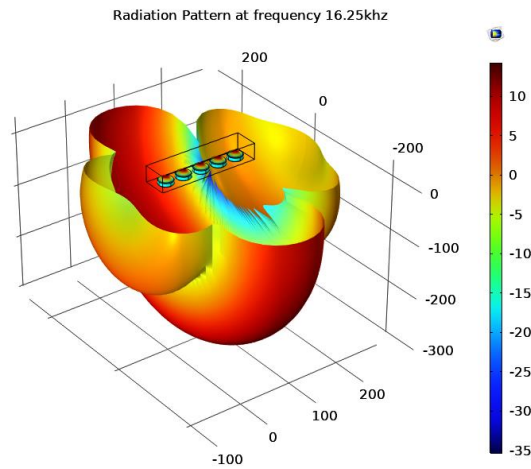
Hình 11. Mảng một chiều các biến tử bilaminar kép

Trên hình 12 là mặt cắt của trường áp suất âm trong nước do mảng các biến tử tạo ra ở tần số $f = 16,25\text{kHz}$.



Hình 12. Trường áp suất âm toàn phần gây bởi mảng các biến tử ở tần số 16,25kHz.

Đồ thị 3 chiều của mẫu bức xạ ở tần số $f = 16,25\text{kHz}$ cho trên hình 13. Từ đồ thị này ta thấy rằng, trường bức xạ có tính đối xứng dọc theo trục của mảng biến tử.



Hình 13. Dạng ba chiều của mẫu bức xạ.

4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này chúng tôi đã sử dụng phần mềm COMSOL Multiphysics để khảo sát các đặc tính của biến tử áp điện loại bilaminar kép. Chúng tôi đã xây dựng được các mô hình để khảo sát các đặc trưng của một biến tử đơn lẻ cũng như mảng một chiều của các biến tử bilaminar kép. Các mô hình này có thể được sử dụng trong thực tế để nghiên cứu thiết kế các hệ thống sonar.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1]. D. Certon, N. Felix, E. Lacaze, F. Teston, F. Patat (2001). Investigation of cross-coupling in 1-3 piezocomposite arrays, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol.48, pp. 85–92.
- [2]. B. Cugnet, A.C. Hladky, J. Assaad (2002). Numerical technique to reduce cross-coupling in acoustical arrays, *Ultrasonics* Vol. 40, pp. 503–506.
- [3]. W. Qi, W. Cao (2000). Finite element study on 1-D array transducer design, *IEEE Trans. Ultrason. Ferroelec. Freq. Control*, Vol.47, pp. 949–955.
- [4]. B.A. Auld, *Acoustic Fields and Waves in Solids* (1973). John Wiley and Sons, NY.
- [5]. R. Krimholtz, D. Leedom, G. Matthaei (1970). New equivalent circuits for elementary piezoelectric transducers, *Electron. Lett.* Vol. 6, pp. 398–399.
- [6]. N. Guo and P. Cawley (1992). The Finite element analysis of the vibration characteristics of piezoelectric discs, *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 159, no. 1, pp. 115–138.
- [7]. P.M. Morse, K.U. Ingard (1968). *Theoretical Acoustics*, McGraw-Hill.

- [8]. C. H. Sherman, J. L. Butler, Transducers and Arrays for Underwater Sound (2016). *Springer Science Business Media*, LLC.
- [9]. R. S. Woollett, Theory of the piezoelectric flexural disk transducer with applications to underwater sound (1960) *USL research report No.490 S-F-001 0304-1*, U. S. Navy Underwater Sound Laboratory.
- [10]. COMSOL Inc. (2025), Introduction to Comsol Multiphysics.

SIMULATION OF DUAL BILAMINAR ULTRASONIC TRANSDUCER USING THE FEM AND THE BEM

Le Phuoc Dinh*, Le Thi Ngoc Bao, Le Thi Dieu Hien

¹Faculty of Electricity, Electronics and Material Technology,

University of Sciences, Hue University

*Email: lpdinh@husc.edu.vn

ABSTRACT

In this paper, we construct a 3D model to study the properties of double bilaminar piezoelectric transducers by combining the finite element method and the boundary element method. The finite element method is used to simulate the vibration characteristics of the transducer. In contrast, the boundary element method is employed to model the propagation of acoustic waves generated by the transducer into the surrounding liquid medium. We have determined the acoustic pressure fields in the near and far regions, as well as the displacement fields of the piezoelectric transducers, taking into account the acoustic interaction. This model serves as a valuable tool for optimizing the design of transducer arrays used in sonar applications.

Keywords: Ultrasonic transducer array, FEM, BEM.



Lê Phước Định sinh ngày 15/10/1991 tại Thành phố Huế. Năm 2014, ông tốt nghiệp cử nhân ngành Vật lý Chất rắn tại trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Năm 2017, ông tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý Chất rắn và hiện nay công tác tại trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: vật lý chất rắn, kỹ thuật siêu âm, mô phỏng...



Lê Thị Ngọc Bảo sinh ngày 31/10/1983 tại Huế. Năm 2006, bà tốt nghiệp Cử nhân khoa học ngành Vật lý tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Năm 2009, bà tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Năm 2020, nhận bằng Tiến sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Từ năm 2006 đến nay, bà là giảng viên của Khoa Vật lý, nay là Khoa Điện, Điện tử và Công nghệ vật liệu, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: Vật lý lý thuyết và vật lý toán.



Lê Thị Diệu Hiền sinh ngày 03/02/1989 tại thành phố Huế. Năm 2011, bà tốt nghiệp cử nhân ngành Vật lý Tiên tiến tại Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Năm 2013, bà tốt nghiệp thạc sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và vật lý toán tại trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Năm 2023 tốt nghiệp Tiến sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Bà giảng dạy tại trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

Lĩnh vực nghiên cứu: Mô phỏng lý thuyết, vật lý bán dẫn thấp chiều.